海峡两岸数学邀請賽
The Cross-strait Maths Invitational Tournament

弘扬华夏文化 传递两岸真情……

第六届海峡两岸数学邀请赛

考前 60 题 初赛

海峡两岸数学邀请赛

八年级

答案详解

海峡两岸数学邀请赛组委会

2017年1月

请关注海峡微信公众号

海峡两岸邀请赛考前 60 题答案详解（八年级）

1、2

2、1

3、−2，2 或 0

4、3

5、± 140

6、$2xy(2x-y)^2$

7、$(1,2)$

8、$-\sqrt{3}-2$

9、70

10、3

11、一

12、$2x^3+x^2+2x$

13、13

14、0

15、2

16、12

17、$\frac{9}{4}$

18、11.2

19、$6<m<9$

20、$\frac{1}{24}$

21、5

22、36

23、$2\sqrt{2}$

24、125000

25、4

26、7

27、45

28、7

29、16

30、$m<-4$

31、$\frac{3}{2}$

32、75

33、$y=-\frac{3}{4}x+3$ 或 $y=\frac{3}{4}x-12$

34、$(-\frac{3}{2},0)$

35、$\frac{64}{27}$

36、$2^2+(-\frac{1}{2})^{-2}-3^{-1}+\sqrt{\frac{1}{9}}+(\pi-3.14)^0$

$=4+4-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+1$

$=9$

37、$\frac{x}{x-y}\cdot\frac{y^2}{x+y}-\frac{x^4y}{x^4-y^4}\div\frac{x^2}{x^2+y^2}$

原式$=\frac{xy^2}{x^2-y^2}-\frac{x^2y}{x^2-y^2}$

$=\frac{xy(y-x)}{x^2-y^2}$

$=\frac{-xy}{x+y}$

38、$\frac{5x-96}{x-19}+\frac{x-8}{x-9}=\frac{4x-19}{x-6}+\frac{2x-21}{x-8}$

原方程可化为：

$(5-\frac{1}{x-19})+(1+\frac{1}{x-9})=(4+\frac{5}{x-6})+(2-\frac{5}{x-8})$

即 $\frac{1}{x-9}-\frac{1}{x-19}=\frac{5}{x-6}-\frac{5}{x-8}$

所以 $\frac{-10}{(x-9)(x-19)}=\frac{-10}{(x-6)(x-8)}$

故 $(x-9)(x-19)=(x-6)(x-8)$

解得 $x=\frac{123}{14}$

经检验 $x=\frac{123}{14}$ 是原方程的解。

39、计算 $(\sqrt{30}+\sqrt{21}-3)(\sqrt{3}+\sqrt{10}-\sqrt{7})$

原式$=\sqrt{3}(\sqrt{10}+\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{3}+\sqrt{10}-\sqrt{7})$

$=\sqrt{3}\left[\sqrt{10}+(\sqrt{7}-\sqrt{3})\right]\left[\sqrt{10}-(\sqrt{7}-\sqrt{3})\right]$

$=\sqrt{3}\left[(\sqrt{10})^2-(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2\right]$

$=\sqrt{3}(10-10+2\sqrt{21})=6\sqrt{7}$

40、

$\frac{(2\times5+2)(4\times7+2)(6\times9+2)(8\times11+2)\cdots(2016\times2019+2)}{(1\times4+2)(3\times6+2)(5\times8+2)(7\times10+2)\cdots(2015\times2018+2)}$

原式=$\frac{(3\times4)(5\times6)(7\times8)(9\times10)\cdots(2017\times2018)}{(2\times3)(4\times5)(6\times7)(8\times9)\cdots(2016\times2017)}$

$=\frac{2018}{2}=1009$

41、解：∵$9a^2+6ab+b^2=0$，∴$(3a+b)^2=0$，∴$3a+b=0$

原式=$\frac{a-2b}{a^2+3ab}\cdot(a^2-9b^2)\cdot\frac{a}{a^2-4ab+3b^2}$

$=\frac{a-2b}{a(a+3b)}\cdot(a+3b)(a-3b)\cdot\frac{a}{(a-3b)(a-b)}$

$=\frac{a-2b}{a-b}=\frac{a+6a}{a+3a}=\frac{7}{4}$

42、解：由$5(x-2)+8<6(x-1)+7$得$x>-3$

所以最小整数解为$x=-2$

将$x=-2$代入$2x-ax=4$中，计算得出 a=4

43、$S_{四边形AA_2B_2C}=S_{四边形AA_2B_2B}+S_{\Delta ABC}$

$=2\times4+\frac{1}{2}\times2\times2=10$

44、作 DE∥AB,连结 BD,则可以证明△ABD≌△EDB(ASA),

∴DE=AB=4，BE=AD=3.∵BC=6,∴EC=EB=3.

$DE^2+CE^2=3^2+4^2=25=CD^2$

∴△DEC 为直角三角形.

又∵EC=EB=3,∴△DBC 为等腰三角形，DB=DC=5.

在△BDA 中

$AD^2+AB^2=3^2+4^2=25=BD^2$

∴△BDA 是直角三角形.

它们的面积分别为 S△BDA=3×4÷2=6;　S△DBC=6×4÷2=12

∴S 四边形 ABCD=S△BDA+S△DBC=6+12=18.

45、解：∵AB∥CD，∴∠ABO=∠CDO，

∵OD⊥CD，∴∠CDO=90°，

∴∠ABO=90°，即 OB⊥AB，

∵相邻两平行线间的距离相等

∴OD=OB，

在△ABO 与△CDO 中，

∴△ABO≌△CDO（ASA），

∴CD=AB=20（m）

46、∵$f(1)=\frac{1}{2}$，$f(2)=\frac{2^2}{1+2^2}=\frac{4}{5}$，$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{5}$

即$f(n)+f\left(\frac{1}{n}\right)=1$

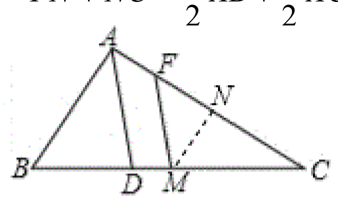
故原式=$n-\frac{1}{2}$

47、设点 N 是 AC 的中点，连接 MN，则 MN//AB，又 MF//AD，

所以∠FMN=∠BAD=∠DAC=∠MFN

∴FN=MN=$\frac{1}{2}$AB

故$FC=FN+NC=\frac{1}{2}AB+\frac{1}{2}AC=9$



48、∵D 为 BC 的中点

∴AD=BD=CD 且 AD⊥BC

∵∠ADE+∠BDE=∠ADF+∠CDF=∠ADE+∠ADE=90°

∴∠ADE=∠CDF

在△ADE 与△CDF 中

$\begin{cases}\angle EAD=\angle FCD\\AD=CD\\\angle ADE=\angle CDF\end{cases}$　∴$\Delta ADE\cong\Delta CDF$

∴ED=DF

AE=CF=5，AF=BE=12

∴$EF=\sqrt{AE^2+AF^2}=13$

∴$S_{\Delta DEF}=\frac{1}{4}EF^2=\frac{169}{4}$

49、由 y=-3x+3，令 y=0，得-3x+3=0，

∴x=1，

∴D（1，0）

设直线l_2的解析表达式为 y=kx+b，

由图象知：x=4，y=0；x=3，y=-$\frac{3}{2}$，代入表达式 y=kx+b

$\begin{cases}4k+b=0\\3k+b=-\frac{3}{2}\end{cases}$

∴$\begin{cases}k=\frac{3}{2}\\b=-6\end{cases}$，

∴直线l_2的解析表达式为 y=$\frac{3}{2}$x-6；

由$\begin{cases}y=-3x+3\\y=\frac{3}{2}x-6\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=2\\y=-3\end{cases}$，

∴C（2，-3），

∵AD=3，

∴S△ADC=$\frac{1}{2}$×3×|-3|=$\frac{9}{2}$

50、(1)设线段 EF 所在直线的函数解析式为：$y=kx+b$

∵$1\times(95-60)=35$

∴$F(3,35)$

则$\begin{cases}2k+b=0\\3k+b=35\end{cases}$

解得$\begin{cases}k=35\\b=70\end{cases}$

∴线段 EF 所在直线的函数解析式为$y=35x-70$

（2）设前 2 分钟，两机器人出发x秒后相距 28 米

由题意得，$60x+70-95x=28$

解得$x=1.2$

前 2 分钟--3 分钟，两机器人相距 28 米时

$35x-70=28$

解得$x=2.8$

前 4 分钟--7 分钟，两机器人相距 28 米时

$y=-\frac{35}{3}x+\frac{245}{3}$

当 y=28 时

X=4.6

答：两机器人出发 1.2 秒或 2.8 秒或 4.6 秒相距 28 米。

51、(1) 证明：∵等边△ABC，

∴∠A=∠ACB=∠ABC=60°，AB=AC.

∵FG∥BC，∠AFG=∠ABC=60°，

∴△AFG 是正三角形.

（2)证明：由对折可知,△AFG≌△A2FG,△ADE≌△A1DE,

∴△A_2FG 是正三角形.

∴A_2F=A_2G，∠A_2FB=∠A_2GC=60°.

又∵AF=AG，

∴BF=CG.

∴△A_2FB≌△A_2GC.

∴A_2B=A_2C.

（3）解：∵∠A_1MN=∠A_1NM=∠MA_1N=60°，

∴△A_1MN 是等边三角形.

又∵△DFM 是等边三角形，

∴MD=FD=$3-\frac{7}{3}=\frac{2}{3}$

∴MA_1=A_1D-MD=$\frac{5}{3}$

∴A_1MN 的周长为 5cm.

52、设一个家庭中妈妈买了x件商品，孩子买了y件商品，

于是$x^2-y^2=48$，即$(x+y)(x-y)=48$

所以$\begin{cases}x+y=24\\x-y=2\end{cases}$或$\begin{cases}x+y=12\\x-y=4\end{cases}$或$\begin{cases}x+y=8\\x-y=6\end{cases}$

可得 $x=13, y=11$ 或 $x=8, y=4$ 或 $x=7, y=1$

符合 $x-y=9$ 只有一种，可见A买了13件商品，b买了4件

同时符合 $x-y=7$ 的也只有一种，可知B买了8件，a买了1件

所以C买了7件，c买了11件

由此可知三对母子的组合是：A、c；B、b；C、a。

53、设去年这款山地自行车每辆销售价格为 x 元，那么今年每辆 $(x+400)$ 元

$$\frac{32000}{x}=\frac{32000(1+25\%)}{x+400}$$

解得 $x=1600$

1600＋400=2000（元）

答：今年6月份这款山地自行车每辆销售价2000元

54、$(\sqrt{m})^2+4\sqrt{mn}+(2\sqrt{n})^2-2(\sqrt{m}+2\sqrt{n})=-1$

$(\sqrt{m}+2\sqrt{n})^2-2(\sqrt{m}+2\sqrt{n})=-1$

$(\sqrt{m}+2\sqrt{n})^2-2(\sqrt{m}+2\sqrt{n})+1=0$

$(\sqrt{m}+2\sqrt{n}-1)^2=0$

$\sqrt{m}+2\sqrt{n}=1$

$\frac{\sqrt{m}+2\sqrt{n}-8}{\sqrt{m}+2\sqrt{n}+48}=\frac{1-8}{1+48}=\frac{-7}{49}=-\frac{1}{7}$

55、设 $6x^2+7x+k=(2x+1)(3x+m)$

及 $6x^2+7x+k=6x^2+(2m+3)x+m$

即 $\begin{cases}2m+3=7\\ m=k\end{cases}$ 解得 $m=k=2$

56、$\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{3}\right)x+\left(\frac{1}{3}+\frac{\pi}{2}\right)y-4-\pi=0$

得 $\pi\left(\frac{x}{3}+\frac{y}{2}-1\right)=-\frac{1}{3}y-\frac{1}{2}x+4$

∴ $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}-1=0$，$-\frac{1}{3}y-\frac{1}{2}x+4=0$

解得 $\begin{cases}x=12\\ y=-6\end{cases}$

∴ $x-y$=12+6=18

57、由题意得 $\begin{cases}2x+1>0\\ 2-3|x|<0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2x+1<0\\ 2-3|x|>0\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x>-\frac{1}{2}\\ |x|>\frac{2}{3}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x<-\frac{1}{2}\\ |x|<\frac{2}{3}\end{cases}$ 解得

$x>\frac{2}{3}$ 或 $-\frac{2}{3}<x<-\frac{1}{2}$

58、∵AD//BC，∠B=90°

∴AP=BQ时，四边形ABQP是矩形

$t=24-3t$

解得 $t=6$

∴ $t=6$ 时四边形ABQP是矩形

（2）∵AD//BC，∴PD=QC时四边形PQCD是平行四边形

∵PD=18-AP=18-t

∴ $18-t=3t$

解得 $t=4.5$

∴ $t=4.5$ 时四边形PQCD是平行四边形

（3）过D作DE⊥BC于E，则四边形ABED是矩形

BE=AD，∵EC=BC-BE=BC-AD

∴EC=24-18=6

$DC^2=DE^2+EC^2$ 则 $DC=\sqrt{6(\sqrt{3})^2+6}=12$

设点Q的速度为a，当PD=DC=CQ时，四边形PQCD菱形

$18-t=12, at=12$

解得 $t=6, a=2$

其它条件不变的情况下，能否通过改变点Q的运动速度为2cm/s时，使得四边形PQCD菱形

59、解：①当∠A为等腰△AOQ的底角时，此时PQ=AQ，

∵∠A=30°，

∴∠AQP=∠A′QC=120°，

∵∠A′=45°，

∴∠A′CQ=180°－∠A′QC-∠A′=180°-120°-45°=15°，

由旋转的性质可知∠θ=∠A′CQ=15°；

②当∠A为等腰△AOQ的顶角时，此时AP=AQ，

∵∠A=30°，

∴∠APQ=∠B′PQ=$\frac{180^{\circ}-\angle A}{2}=\frac{180^{\circ}-30^{\circ}}{2}=75^{\circ}$

∵∠B′=90°－∠A=90°-30°=60°，

∴∠B′EP=∠BEC=180°－∠B′－∠B′PQ=180°-45°-75°=60°，

∵∠B=90°－∠A=90°-30°=60°，

∴∠θ=180°－∠B-∠BEC=180°-60°-60°=60°.

故答案为：15°，60°.

60、解：四边形EFGH的形状是正方形.

（2）解：①∠HAE=90°＋α，

在平行四边形ABCD中AB∥CD，

∴∠BAD=180°－∠ADC=180°－α，

∵△HAD和△EAB是等腰直角三角形，

∴∠HAD=∠EAB=45°，

∴∠HAE=360°－∠HAD-∠EAB-∠BAD=360°-45°-45°-（180°-a）=90°＋α，

答：用含α的代数式表示∠HAE是90°＋α.

②证明：∵△AEB和△DGC是等腰直角三角形，

∴ $AE=\frac{\sqrt{2}}{2}AB$，$DG=\frac{\sqrt{2}}{2}CD$

在平行四边形ABCD中，AB=CD，

∴AE=DG，

∵△AHD和△DGC是等腰直角三角形，

∴∠HDA=∠CDG=45°，

∴∠HDG=∠HDA+∠ADC+∠CDG=90°＋α=∠HAE，

∵△AHD是等腰直角三角形，

∴HA=HD，

∴△HAE≌△HDG，

∴HE=HG.

③答：四边形EFGH是正方形，

理由是：由②同理可得：GH=GF，FG=FE，

∵HE=HG，

∴GH=GF=EF=HE，

∴四边形EFGH是菱形，

∵△HAE≌△HDG，

∴∠DHG=∠AHE，

∵∠AHD=∠AHG+∠DHG=90°，

∴∠EHG=∠AHG+∠AHE=90°，

∴四边形EFGH是正方形.