



弘扬华夏文化 传递两岸真情……

第六届海峡两岸数学邀请赛



答案详解

海峡两岸数学邀请赛组委会

2017年1月



请关注海峡
微信公众号

海峡两岸邀请赛考前 60 题答案详解（五年级）

1、计算： $10 \div [9 \div 8 \div (7 \div 6 \div 5 \div 4) \div 3 \div 2]$

【答案与解析】原式= $10 \div [9 \div 8 \div 7 \times 6 \times 5 \times 4 \div 3 \div 2]$
 $= 10 \div 9 \times 8 \times 7 \div 6 \div 5 \div 4 \times 3 \times 2$
 $= \frac{28}{9}$

2、 $\frac{(2016-201.6-20.16)}{2.016}$

【答案与解析】
 $\frac{(2016 \times 1000 - 201.6 \times 100 - 20.16 \times 10)}{2.016} = 1000 - 100 - 10 = 890$

3、在 $\frac{20142014}{20152015}$ 、 $\frac{20152015}{20162016}$ 、 $\frac{20162016}{20172017}$ 中，最小的分数是_____。

【答案与解析】 $\frac{20142014}{20152015} = \frac{20140000 + 2014}{20150000 + 2015}$
 $\frac{2014 \times 10000 + 2014 \times 1}{2015 \times 10000 + 2015 \times 1} = \frac{2014 \times (10000 + 1)}{2015 \times (10000 + 1)} = \frac{2014}{2015}$
 $= 1 - \frac{1}{2015}$

同理 $\frac{20152015}{20162016} = 1 - \frac{1}{2016}$

$\frac{20162016}{20172017} = 1 - \frac{1}{2017}$

因为 $\frac{1}{2015} > \frac{1}{2016} > \frac{1}{2017}$

所以 $1 - \frac{1}{2015} < 1 - \frac{1}{2016} < 1 - \frac{1}{2017}$

4、计算： $37.5 \times 21.5 \times 0.112 + 35.5 \times 12.5 \times 0.112$

【答案与解析】
原式= $[12.5 \times (3 \times 21.5) + 35.5 \times 12.5] \times 0.112$
 $= 12.5 \times 100 \times 0.8 \times 0.14$
 $= 1000 \times 0.14$
 $= 140$

5、 $99999 \times 22222 + 33333 \times 33334$

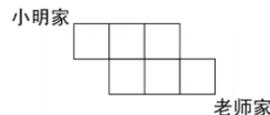
【答案与解析】原式= $33333 \times (3 \times 22222 + 33334)$
 $= 33333 \times 100000$
 $= 3333300000$ （乘法运算定律）

6、定义一种新运算☆，使得 $3 \star 2 = 4$ ， $5 \star 4 = 7$ ， $7 \star 6 = 10$ ， $9 \star 8 = 13$ ，那么 $101 \star 100$ 的值是多少？

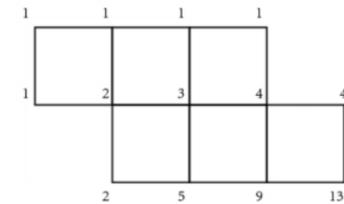
【答案与解析】“☆”表示在运算时，后面一个数的一半加上前面的数的和是多少。

所以： $101 \star 100 = 101 + 100 \div 2 = 151$ （定义新运算）

7、小明每个周末要去老师家，如图是小明从家到老师家的路线，小明去老师家沿最短路线走，共有_____条不同的路线。



【答案与解析】



8、某校六年级的 80 名同学与 2 名老师共 82 人去公园春游，学校只准备了 180 瓶汽水。总务主任向老师交待，每人供应 3 瓶汽水（包括老师），不足部分可到公园里购买，回校后报销。到了公园，商店贴有告示：每 5 个空瓶可换一瓶汽水。于是要求大家喝完汽水后空瓶由老师统一退。那么用最佳的方法筹划，至少还要购买_____瓶汽水。

【答案与解析】（杂题）82 人共需要汽水： $82 \times 3 = 246$ （瓶）与实际还差： $246 - 180 = 66$ （瓶）246 瓶共可以换： $246 \div 5 = 49$ （瓶）所以至少要购买： $66 - 49 = 17$ （瓶）

9、有 4 位朋友的体重都是整千克数，他们两两为一组合称体重，共称了 5 次，称得的千克数分别是 99、113、125、130、144。其中有两人没有一起称过，那么这两个人中体重较重的人的体重是多少千克？

【答案与解析】（数论）

在已称的 5 个数中，其中有两组 $99 + 144 = 113 + 130 = 243$ ，和相等，恰好是四人体重之和是 243 千克，因此没有称过的两人体重之和为 $243 - 125 = 118$ （千克）。

设 4 人的体重从小到大排列是 a、b、c、d 以那么一定是

- a+b=99, (1)
- a+c=113 (2)
- a+d=? (3)
- b+c=? (4)
- b+d=130 (5)
- c+d=140 (6)

有两种可能情况： $a+d=118$ ， $b+c=125$ ；或 $b+c=118$ ， $a+d=125$ 。因为 99 与 113 都是奇数，所以 (2)-(1) 得出 $c-b=14$ ，a、c 的奇偶性相同，这样就确定了 $b+c=118$ 。

根据和差问题得出 $c = (118 + 14) \div 2 = 66$ （千克）

所有没有一起称过的两人中，较重者的体重是 66 千克

10、如果自然数 a、b、c 除以 14 都余 5，则 $a+b+c$ 除以 14，得到的余数是_____。

【答案与解析】因为自然数 a、b、c 除以 14 都余 5，设 $a=14x+5$ ， $b=14y+5$ ， $c=14z+5$ ，x、y、z 都是自然数，则 $a+b+c=14(x+y+z)+15=14(x+y+z+1)+1$ ，所以 $a+b+c$ 除以 14 得到的余数是 1。

11、三年级同学 120 人排成 4 路纵队，也就是 4 个人一排，排成了许多排，现在知道每相邻两排之间相隔 1 米，这支队伍长多少米？

【答案与解析】120 人排成 4 路纵队，每路总队有 $120 \div 4 = 30$ 人，30 人即有 $30 - 1 = 29$ 个间隔，现在知道每相邻两排之间相隔 1 米，所以这支队伍长 $29 \times 1 = 29$ 米。

12、分母是 1001 的最简真分数有多少？所有真分数的和是

多少？

【答案与解析】(数论) 因为 $1001=7\times 11\times 13$ ，所以与 1001 互质且比 1001 小的数共有

$$(7-1)(11-1)(13-1)=720 \text{ (个)}.$$

又如： $\frac{1}{1001}$ 为分母是最小的最简真分数，所以比能找到一个

与他对应的最大的最简真分数，如： $\frac{1001-1}{1001}$ 与他对应，它们的

和为 1，所以所有真分数的和为 $720\div 2=360$ 。

13、从 2, 3, 5, 7, 11、13 这 6 个数中，任取 2 个不同的数分别当成一个分数的分子与分母，这样的分数有_____个，其中的真分数有_____个。

【答案与解析】(数论) $P_6^2 = 6\times 5 = 30$ (个)。如果 $\frac{b}{a} >$

1, 那么 $\frac{a}{b} < 1$ 。因为这 6 个数是互不相同的 6 个质数，所以构成

的分数中，真、假分数同学多，各有 15 个。

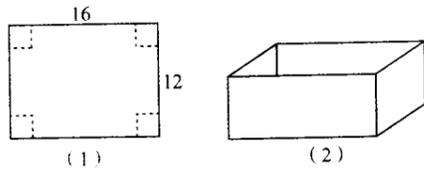
14、循环小数 0.0142857 的小数部分的第 2016 位数字是_____。前 2016 位数字之和是_____。

【答案与解析】循环小数 0.0142857 的小数部分有 6 个数字循环，0 没有循环，所以 $2016-1=2015$ 个循环数字， $2015\div 6=335\cdots 5$ ，则第五个数字是 5。小数部分的前 2016 位数字的和是： $335\times (1+4+2+8+5+7) + 1+4+2+8+5=9065$

15、美国微软公司有这样一道招聘试题：一天晚上，某合唱团四人必须在最短的时间内赶到演唱会场，途中必须过一座桥，他们只有一只手电筒。每次最多可以由两人同行一起过桥。过桥时，必须手持手电筒，所以就有人把手电筒带来带去。四人过桥的时间分别是 1 分钟、2 分钟、5 分钟、10 分钟。至少需要多少分钟四人都过了河？

【答案与解析】(杂题) $1+2+10+2+2=17$

16、将长 16 厘米，宽 12 厘米的长方体铁片的四个角各剪去一个边长为整厘米的小正方形，然后做成一个无盖的长方体盒。当这个盒子的长、宽、高分别是多少厘米时，这个无盖铁盒的容积最大？



【答案与解析】假设四个角上各剪掉一个边长为 x 厘米的正方形，这无盖盒子的长、宽、高分别是 $16-2x$ ， $12-2x$ ， x ，而其容积(V)则为：

$$V = (16-2x)\times (12-2x)\times x=4(8-x)\times (6-x)\times x$$

$$\text{当 } x=1 \text{ 时, } V=140 \quad \text{当 } x=2 \text{ 时, } V=192$$

$$\text{当 } x=3 \text{ 时, } V=180 \quad \text{当 } x=4 \text{ 时, } V=64 \quad \cdots$$

所以当边长 $x=2$ 时， $V=384$ 最大。

17、已知三位数 abc，并且 $a(b+c)=33$ ， $b(a+c)=40$ ，则这个三位数是_____。

【答案与解析】因为 abc 是一个三位数，所以 a 只能是 1~9 中的一个数字，b、c 只能是 0~9 中的一个数字，

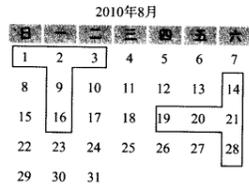
因为： $a(b+c)=33=3\times 11$ ， $b(a+c)=40=5\times 8=4\times 10$ ，所以当 $a=3$ ， $b+c=11$ ， $b=5$ ， $a+c=8$ 或

$a=3$ ， $b+c=11$ ， $b=8$ ， $a+c=5$ 或 $a=3$ ， $b+c=11$ ， $b=4$ ， $a+c=10$ ，经检验：只有 $a=3$ ， $b=4$ ， $c=7$ ，满足条件。则三位数是 347。

18、用 64 个体积为 1 立方米的小正方体拼成一个大正方体，如果将大正方体 8 个顶点处的小正方体都去掉，则此时的几何体的表面积是多少？

【答案与解析】用 64 个体积为 1 立方米的小正方体拼成一个大正方体，如果拿掉 1 个小正方体，就等于减少了 3 个面，同时又增加 3 个面，则拿掉 8 个顶点处的小正方体，就减少了 24 个面，同时又增加 24 个面，所以表面积不变。

19、用一个“T”形框架在 2010 年 8 月的日历上可以框出 5 个数，图中两个“T”形框中的 5 个数的和分别是 31 和 102。如果用“T”形框在下图中框出的 5 个数的和是 101，分别求出这 5 个数中最大数和最小数。



【答案与解析】(设五个数中最中间的数为 x。当“T”形框向下时，则行中天三个数的和为： $x+1+x+x-1=3x$ ，

列中的两个数的和为 $x+7+x+14=2x+21$ ，

由此可得等量关系式：

$$3x+2x+21=101$$

$$5x=80$$

$$x=16$$

此时五个数中最小的数为 $16-1=15$ ，最大数为 $16+14=30$

同理，当“T”形框向上时，可得等量关系式：

$$3x+2x-21=101$$

$$5x=122$$

$$x=24.4$$

不符合题意；

当“T”形框向左时，可得等量关系式：

$$3x+2x-3=101$$

$$5x=104$$

$$x=20.8$$

不符合题意

当“T”形框向右时，可得等量关系式：

$$3x+2x+3=101$$

$$5x=98$$

$$x=19.6$$

不符合题意。

所以，这 5 个数中最大数为 30 和最小数为 15。

答：这 5 个数中最大数为 30 和最小数为 15。

20、某次考试中 11 名同学的平均分经过四舍五入到小数点后第一位等于 85.3，已知每名同学的得分都是整数，则这 11 名同学的总分是多少？

【答案与解析】用四舍五入取近似值的方法精确到一位小数能得到 85.3 的数的范围是大于等于 85.25 且小于 85.35，所以这 11 名同学的总分大于等于 $85.25\times 11=937.75$ 分，小于 $85.35\times 11=938.85$ 分，因为每个学生的分数都是整数，所以总分也是整数，在 937.75 和 938.85 之间只有 938，所以这 11 名学生的总分是 938 分。

21、两位小朋友在 100 米跑道两端起跑，甲每秒跑 6 米，乙每秒跑 4 米，他们来回跑了 2 分钟，如果不计转向时间，他们在这段时间共相遇几次(包括迎面相遇和从后面追及)？

【答案与解析】 $(6+4)\times 120=1200m$

$$1200-100=1100m$$

$$1100\div (100\times 2)=5\cdots 100$$

$$5+1=6 \text{ (次)}$$

22、已知 A、B、C、D 表示四个不同的数字，而且 $AB\times BC\times DA=10212$ ，那么 $CD=$ _____。

【答案与解析】(数论) 因为 $10212=2\times 2\times 3\times 23\times 37=12\times 23\times 37$ ，所以 $A=2$ 、 $B=3$ 、 $C=7$ 、 $D=1$ 。故 $CD=71$

23、甲、乙、丙三数分别为 603、939、393。某数 A 除甲数所得余数是 A 除乙数所得余数的 2 倍，A 除乙数所得余数是 A 除丙数所得余数的 2 倍，那么 $A=$ _____。

【答案与解析】(数论) 设 $603\div A=B\cdots x$ (1)，

$$939\div A=C\cdots \frac{1}{2}x \text{ (2)，}$$

$$393\div A=D\cdots \frac{1}{4}x \text{ (3)。}$$

要使它们余数相同，故把(2)式扩大 2 倍，则 $1878\div A=2C\cdots x$ ，把(3)式扩大 4 倍，则 $1572\div A=4D\cdots x$ 。

根据同余性质： $1878-603=1275$ ， $1878-1572=306$ ， $1572-603=969$ 。故 1275、306、969 的公约数有 3、17、51。经验算，符合题意的为 17。

24、有三个自然数，它们的和是 2016，两两相加的和分别是 $m+1$ ， $m+2012$ 和 $m+2013$ ，则 $m=$ _____。

【答案与解析】设三个自然数分别为 A、B、C，由题意得： $A+B+C=2016\cdots ①$ ， $A+B=m+1\cdots ②$ ， $A+C=m+2012\cdots ③$ ， $B+C=m+2013\cdots ④$ ， $②+③+④$ 得 $2(A+B+C)=3m+4026\cdots ⑤$ ，将①代入⑤中，得： $2\times 2016=3m+4026$ ， $m=2$

25、计算： $1^3+2^3+3^3+\cdots+10^3=$ _____。

【答案与解析】(数论) 找规律：

$$1^3=1^2$$

$$1^3+2^3=(1+2)^2$$

$$1^3+2^3+3^3=(1+2+3)^2$$

.....

$$1^3+2^3+3^3+\cdots+10^3=(1+2+3+\cdots+10)^2=3025$$

26、用 7、6、5、4、3、2、1 这 7 个数字(每一个数字仅用一次)组成一个四位数和个三位数，使乘积最大，应该怎样分组，

积是多少？

【答案与解析】(数论) 把 7 个数增加一个 0，看做 8 个数。根据和一定，差越小积越大。

$$\text{故 } 742\times 6531=4846002.$$

27、如果 2 头牛可以换 42 只羊，3 只羊可以换 26 只兔，2 只兔可以 3 只鸡，则 3 头牛可以换_____只鸡。

【答案与解析】因为 2 头牛可以换 42 只羊，3 只羊可以换 26 只兔，2 只兔可以 3 只鸡，所以 1 头牛换 21 只羊，21 只羊可换 7×26 只兔，26 只兔可换 13×3 只鸡，即 1 头牛可以换 $7\times 13\times 3$ 只鸡，因此，3 头牛可以换 $7\times 13\times 3\times 3=819$ 只鸡。

28、大于 0 的自然数 n 是 3 的倍数，3n 是 5 的倍数，则 n 的最小值是_____。

【答案与解析】因为 3n 是 5 的倍数，所以 n 的个位数字是 0 或 5。(1) 当 n 的个位数字是 0 时，它是 3 的倍数，所以 n 的最小值是 30。(2) 当 n 的个位数字是 5 时，它是 3 的倍数，所以 n 的最小值是 15，因此，n 的最小值是 15。

29、a、b、c、d、e、f、g 分别代表 0~9 中的八个不同数字，且有 $g\times g=db$ ， $g\times c=bd$ ， $g\times f=ef$ ， $ag+b=eh$ ，那么 $ca\times e$ 的数值等于多少？

【答案与解析】因为 $g\times g=db$ ，积是两位数，所以 g 不可能是 1、2、3，由 g 是 4、5、6、7、8、9 依次代入可知 g 是 9，同时 c 是 2，则 d 是 8，b 是 1，由 $g\times f=ef$ ，因为个位数字相同，所以 f 是 5，e 是 4，由 $ag+b=eh$ 可知，a 是 3，h 是 0，所以 $23\times 4=92$

30、某人在一条小河中划船逆流而上，划了 6 千米后，一阵风将他头上的帽子吹落水中，但他没有发现，花了 2 小时后，才发现帽子落水了，于是他立即返回去寻找帽子。船速(即静水速)不变，当找到帽子时，发现他又回到了出发点，问水速每小时多少千米？

【答案与解析】帽子吹落水中后，船逆流而上，船的实际速度是(船速-水速)划行了 2 小时，帽子这个时间段也随着水的速度漂了 2 小时，所以 2 小时后，船和帽子相距的路程是 2 倍的(船速-水速)加上 2 倍的水速，加起来也就是 2 倍的船速，发现后开始追击，变成了追击问题，追击路程是 2 小时的船速，追击速度是(船速+水速)+水速，所以追击速度和是船速，也就用了 2 小时追上，所以，帽子漂了 $2+2=4$ 小时，所水速是 $6\div 4=1.5$ (千米/小时)

31、用数字 1、2 组成一个八位数，其中至少连续四位都是 1 的有几个？

【答案与解析】(排列和组合) 由题可知，这个八位数必须有 2。则：

当前 4 位是 1 时， $C_2^1\times C_2^1\times C_2^1\times C_2^1-1=15$ (种) (排除全部是 1)，

当前 2-5 位是 1 时，第一位必须是 2，则 $C_2^1\times C_2^1\times C_2^1=8$ (种)，

当前 3-6 位是 1 时，第二位必须是 2，则 $C_2^1\times C_2^1\times C_2^1=8$ (种)，

当前 4-7 位是 1 时，第三位必须是 2，则 $C_2^1\times C_2^1\times C_2^1=8$ (种)，

当前 5-8 位是 1 时，第一位必须是 2，则 $C_2^1\times C_2^1\times C_2^1=8$ (种)，

故共有： $15+8+8+8+8=47$ (种)。

32、在一只箱子里有 4 种形状相同、颜色不同的小木块若干个，一次最少要取出多少块才能保证其中至少有 10 个木块的颜色相同？

【答案与解析】(抽屉原理) $4 \times 9 + 1 = 37$

33、甲、乙两船顺流每小时行 8 千米，逆流每小时行 4 千米，若甲船顺流而下，然后返回，乙船逆流而上，然后返回，两船同时出发，经过 3 小时同时回到各自的出发点，那么这 3 小时中，有多长时间甲、乙两船同向航行？

【答案与解析】设船航行的 3 小时中，顺流行使单程用的时间为 x 小时，则逆流行使单程用的时间为 $3-x$ 小时，根据“顺流行使的路程=逆流行使的路程”得： $8x=4(3-x)$ ，解得 $x=1$ ，则逆流行使的单程用的时间为 $3-1=2$ 小时，所以甲、乙两船同向航行的时间是 $2-1=1$ 小时。

34、用一角币、二角币、五角币各一张，一元币三张，五元币两张，可组成多少种不需找钱的不同币值？

【答案与解析】(排列和组合)有角无元可以组成的有：1 角、2 角、3 角、5 角、6 角、7 角、8 角。

有元无角可以组成的有：1 元、2 元、3 元、5 元、6 元、7 元、8 元、10 元、11 元、12 元、13 元。

有元有角可以组成的有： $C_7^1 \times C_{11}^1 = 77$ (种)

故共有 $7+11+77=95$ (种)

35、八个小队共植树 111 棵，每个小队植树的棵数都不同，其中植树最多的小队种了 18 棵，植树最少的小队最少可能种了多少棵？

【答案与解析】(杂题)要使最少的小队最少，则其他 7 对越多越好。

则 $111-18-17-16-15-14-13-12=6$ (棵)

36、如果一个自然数的各位数字能够分成两组，使每组里的数字之和相等，则称这个数为“好数”。例如：12715 是“好数”，因为 $1+2+5=7+1$ ，满足两个相邻的自然数都是“好数”，这个条件的最小的两个自然数是多少？

【答案与解析】由题意可知，好数的所有数字之和必为偶数，且此相邻两数得有进位，假如只是个位数进位，十位数不进位，则一个的个位为 9，另一个为 0，数字和前者大 8，因为后者个位为 0，要使其最小且为好数，须至少有三位数且为 $aa0$ ，这样前者为 $a(a-1)9$ ，为保证其为好数，需有 $a+a-1=9$ ，即 $a=5$ ，所以最小的连续好数为 549，550。故答案为：549，550。

37、少先队员参加植树劳动，每人植树 2 棵，如果一人挖一个树坑需要 10 分钟，取树苗（每人每次最多可取 4 棵）需要 20 分钟，运水（每人每次运的水可浇 4 棵）需要 20 分钟，栽一棵树需 10 分钟。若两人合作最少需多少分钟？

【答案与解析】60 分钟。

38、一根 120 厘米长的木棍，第一次从左至右，先涂黑 3 厘米，间隔 3 厘米不涂色，再涂黑 3 厘米，间隔 3 厘米不涂色，这样交替进行到底，第二次从右至左，先留出 4 厘米不涂色，再涂黑 4 厘米，接着 4 厘米不涂色，再涂黑 4 厘米，这样交替进行到底，最后木棍没有被涂黑部分的长度总和是多少厘米？

【答案与解析】从左至右，一共有 $120 \div (3+3) = 20$ (份) 有 $20 \times 3 = 60$ (厘米) 被涂黑，从右至左，3 和 4 的最小公倍数是 12， $120 \div 12 = 10$ (份)，每 10 份中有 2 厘米被涂黑，所以有 $10 \times 2 = 20$ 厘米被涂黑，所以有 $60+20=80$ (厘米) 是黑色

39、从 1~30 这 30 个自然数中，任取 3 个不同的数，使得这 3 个数的和正好被 3 除尽，问共有多少种不同的选法？

【答案与解析】假设组成的长方体的棱长分别是 a 、 b 、 c ，且 a 、 b 、 c 都是正整数，所以

$2(ab+ac+bc) = 52$ ， $ab+ac+bc = 26$ ，经检验，只有 1、2、8 或 2、3、4 满足，因此，最少需要这样的小正方体 $1 \times 2 \times 8 = 16$ 个。

40、甲、乙两人抓棋子，规定最多抓 3 个、最少抓 1 个，谁取到最后 1 个棋子就算输。若甲先抓，棋子数为 2016 个。问：甲是否有必胜的策略？

【答案与解析】(归纳对策)从简单的情况入手。

(1)假定棋子只有 1 个，甲先取，也就是最后取到 1 个棋子，所以甲必输。如果棋子数为 2、3、4 个，甲先取，只可给乙剩 1 个棋子，则甲必胜。

(2)当棋子数为 5 个时，不论甲取多少，乙总可以使取出之数与甲取数之和为 4，最后剩下 1 个棋子，甲必输。

(3)当棋子数为 6、7、8 时，甲总可一次取后，使剩下 5 个棋子轮到乙取，由(1)知乙必输。

(4)当棋子数为 9 时，无论甲怎样取，乙均可使他拿的数目与甲拿的数目之和为 4，甲、乙各取 1 次后，剩余 5 个棋子，轮甲取，由(2)知，甲必败。

依次类推，当棋子数为 $4k+1$ (k 为自然数)乙有获胜策略；而当棋子数为 $4k+2$ 、 $4k+3$ 、 $4k+4$ 时，甲有必胜策略。

由 $2016=504 \times 4$ 知，甲有必胜策略

41、一条直线分一个平面为两部分，二条直线最多分这个平面为四部分。问 5 条直线最多分这个面为多少部分？

【答案与解析】(不完全归纳) $1+1+2+3+4+5=16$

42、甲、乙、丙三人合买了 8 个面包，平均分着吃，甲付了 5 个面包的钱，乙付出 3 个面包的钱，丙没有付钱，等吃完后算一算，丙应该拿出 4.8 元还给甲和乙，问甲、乙个应该分得多少钱？

【答案与解析】8 个面包 3 个人平均分，每人吃的不是整数个，所以不能从每个人吃的面包数的角度考虑。既然 3 个人平均分，那么 3 个人应该付出同样多的钱。丙拿出钱的 3 倍就是 8 个面包的总钱数。从甲付出 5 个面包的钱里去掉每个人应付的钱数，就得到丙应该给甲的钱数。同样可以求出丙应给乙的钱数。

$48 \text{ 角} \times 3 \div 8 = 18 \text{ 角}$ ， $18 \text{ 角} \times 5 - 48 = 42 \text{ 角}$ ， $18 \times 3 - 48 = 6 \text{ 角}$ 。

43、海峡两岸总决赛于 2016 年 8 月 19 日在台湾大学举行，2016 由数字 0、1、2、6 组成。由数字 0、1、2、6 (可以全用也可以不全用) 的非 0 的自然数中，从小到大排列，第 2016 个数字是几？

【答案与解析】(对应法)因为由 4 个数字组成，故为 4 进制。

$2016_{(10)} = 133200_{(4)}$ ，3 相当于原题中的 6，所以第 2016 个数为

166200。

44、在 3 个盒子里，一个装有 2 个黑球，一个装有 2 个白球，还有一个装有黑球和白球各一个。现在 3 个盒子上的标签全贴错了。你能否仅从一个盒子里拿出一个球来，就确定这 3 个盒子里各装的是什么球？

【答案与解析】(对策)能。先取标签为一黑一白的盒子，取出黑球时，故这个盒子为 2 个黑球(取出白球时，故为 2 个白球)，那么标签 2 黑的盒子为 2 白，标签 2 白为一黑一白。

45、某学校有学生 1130 人，其中 440 人订阅《语文报》，650 人订阅《数学报》，有 270 人订阅《手工报》，全校学生中有 380 人订阅两种报刊，有 98 人订阅三种报刊，那么这个学校有多少人没有订阅任何报刊？

【答案与解析】(容斥原理)共订报总数： $440+650+270=1360$ (份)

订一份人数为： $1360 - (380 \times 2 + 98 \times 3) = 306$ (份) $306 \div 1 = 306$ (人)

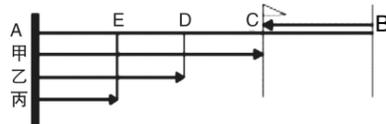
没有订的人数： $1130 - 306 - 380 - 98 = 346$ (人)

46、甲、乙、丙三人步行的速度分别是每分钟 100 米、90 米和 75 米。甲在公路上 A 处，乙、丙同在公路上 B 处，三人同时出发，甲与乙、丙相向而行。甲和乙相遇 3 分钟后，甲和丙又相遇了。求 A、B 之间的距离。

【答案与解析】甲和乙相遇后，3 分钟又能和丙相遇，说明甲和乙相遇时，乙比丙多行 $(100+75) \times 3 = 525$ 米。而乙每分钟比丙多行 $90-75=15$ 米，多行 $525 \div 15 = 35$ 分钟。35 分钟甲乙相遇，说明 A、B 两地之间的距离是 $(100+90) \times 35 = 6650$

47、甲、乙、丙三车同时从 A 地出发到 B 地。甲、乙两车的速度分别是 120 千米 / 时和 70 千米 / 时。有一辆卡车同时从 B 地迎面开来，分别在他们出发后 3 小时、4 小时、5 小时先后与甲、乙、丙三车相遇。求丙车的速度。

【答案与解析】(行程)从线段图中可以看出，当甲车与卡车在 C 点相遇时，乙车行至 D 点，此时甲、乙两车相距 $[120-70] \times 3 = 150$ (千米)，这段路程由乙车与卡车用 1 小时共同走完，由此我们可以求出卡车的速，进而得出 A、B 两地的距离。再根据卡车与丙车的相遇时间，即可求出丙车的速度。



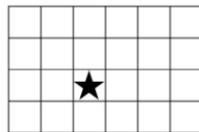
3 小时后，甲、乙两车相距 $(120-70) \times 3 = 150$ (千米)，即 $CD = 150$ (千米)。

卡车的速度是 $150 \div 1 - 70 = 80$ (千米)。

A、B 两地的距离是 $(80+120) \times 3 = 600$ (千米)。

丙车的速度是 $600 \div 5 - 80 = 40$ (千米)。

48、数一数，下图中包含“★”的长方形有多少个？(不含正方形)



【答案与解析】(图形计数)包含★的长方形共有： $6 \times 12 = 72$ (个)，

图中包含“★”的正方形的个数

边长为 1 的 1 个；

边长为 2 的 4 个；

边长为 3 的 6 个；

边长为 4 的 3 个。

因此，图中包含“★”的正方形的个数是 $1+4+6+3 = 14$ (个)。

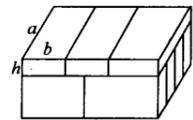
所以，图中包含“★”的长方形(不含正方形)的个数是 $72-14=58$ (个)。

49、用 12 个长 5 厘米、宽 4 厘米、高 3 厘米的长方体拼成一个表面积最小的长方体，拼成的这个长方体的表面积是多少平方厘米？

【答案与解析】(图形)表面积最小，长、宽、高越接近越好。故 $12=2 \times 2 \times 3$ ，长=10，宽=8，高=9。

$S = (10 \times 8 + 8 \times 9 + 9 \times 10) \times 2 = 484$ (平方厘米)

50、把 11 块相同的长方体砖拼成一个大长方体。已知每块砖的体积是 288 立方厘米，求大长方体的表面积。



【答案与解析】要求大长方体的表面积，必须知道它的长、宽、高。用 a 、 b 、 h 分别表示小长方体的长、宽、高，显然， $a=4h$ 。

即 $h = \frac{1}{4} a$ ， $2a=3b$ ，即 $b = \frac{2}{3} a$ 。砖的体积为 $a \times b \times h = a \times \frac{2}{3} a \times \frac{1}{4} a = \frac{1}{6} a^3 = 288$ 立方厘米， $a=12$ 厘米， $b = \frac{2}{3} \times 12 = 8$ 厘米， $h = \frac{1}{4} \times 12 = 3$ 厘米。大长方体的长为 $12 \times 2 = 24$ 厘米，宽为 12 厘米，高是 $8+3=11$ 厘米，表面积为： $(24 \times 12 + 24 \times 11 + 12 \times 11) \times 2 = 1368$ 平方厘米。

51、甲、乙、丙、丁四人参加数学竞赛，赛后猜测他们之间的考试成绩情况是：

甲说：“我考得最差。”

乙说：“我不是考得最差的。”

丙说：“我考得肯定是最好的。”

丁说：“我肯定没有丙考得好，但也不是最差的。”

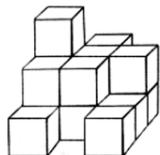
成绩公布后，只有一人猜错了，则这四人的实际成绩从高到低依次是_____。

【答案与解析】如果甲说错了，那每个人都就有问题，故甲必须对，甲说对了，乙也必定对了，同时丁也就回答对了，故只有丙猜错了，故：他们的次数为：乙、丙、丁、甲

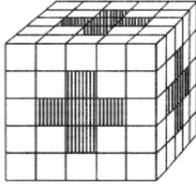
52、堆积木游戏中，用 16 块棱长为 2 厘米的正方体堆成如下图形，然后把它涂上颜色，请问：涂了颜色的面积是多少平方厘米？

【答案与解析】(图形)

$4^2 \times 2 + (1^2 + 1 \times 2 + 1 \times 3 + 1 \times 4) \times 4 = 72$



53、有一个棱长为5厘米的正方体木块，从它的每一个面看，都有一个穿透的“十字”形的孔（如下图阴影部分），如果把把这个木块全部浸入蓝漆中染色，然后取出晒干，再切成棱长为1厘米的小正方形，这些小正方体未被染成蓝色的面积总和是多少？



【答案与解析】(图形)先求所有小小正方体的表面积总和，再求出被染成蓝色的部分，然后相减即得未被染成蓝色的面积总和。

把这个几何体分成20部分，8个“角”和12条“梁”，每个角有8个小正方体，则8个角共有 $8 \times 8 = 64$ 个小正方体；每个梁有1个小正方体，则12条梁一共有 $1 \times 12 = 12$ 个小正方体；所以共有小正方体 $64 + 12 = 76$ (个)。

这些小正方体的表面积和为： $12 \times 6 \times 76 = 456$ (平方厘米)

再看被染上蓝漆的部分。8个角被染上蓝漆的面的个数： $(4 \times 6 - 3) \times 8 = 168$ (个)

12条梁上被染上蓝漆的面的个数： $4 \times 12 = 48$ (个)

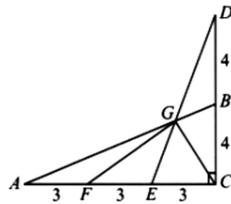
被染上蓝漆的面积总和为： $1 \times 1 \times (168 + 48) = 216$ (平方厘米)

未被染上蓝漆的面积总和为： $456 - 216 = 240$ (平方厘米)

54、一个长方体的底面、侧面和前面的面积分别是12平方厘米、8平方厘米和6平方厘米，那么他的体积是多少？

【答案与解析】(图形)因为长 \times 宽=12，长 \times 高=8，宽 \times 高=6。所以 $V^2 = 12 \times 8 \times 6 = 576$ ，故体积=24立方厘米

55、下图是两个直角三角形叠放在一起形成的图形，已知AF、FE、EC都等于3，CB、BD都等于4，求这个图形的面积。



【答案与解析】两个直角三角形的面积是很容易求出的：

三角形ACB的面积为 $(3+3+3) \times 4 \div 2 = 18$

三角形CDE的面积为 $(4+4) \times 3 \div 2 = 12$

这两个直角三角形有一个重叠部分：四边形ECBG，只要减去这个重叠部分，所求图形的面积立即可以得出。

因为AF=FE=EC=3，所以三角形AFG、三角形FEG、三角形ECG是3个面积相等的三角形。

因为CB=BD=4，所以三角形CBG、三角形BDG是两个面积相等的三角形。

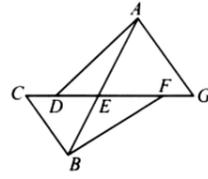
$2 \times$ 三角形CDE面积 $= 2 \times 2 \times$ 三角形CBG面积 $+ 2 \times$ 三角形ECG面积 $= 24$

三角形ACB面积 $=$ 三角形CBG面积 $+ 3 \times$ 三角形ECG面积 $= 18$

四边形ECBG面积 $=$ 三角形CBG面积 $+ 3$ 三角形ECG面积 $= (24+18) \div 5 = 8.4$

所以，所求图形的面积 $= 12+18-8.4=21.6$ 。

56、如图，已知CD=5，DE=7，EF=15，FG=6，直线AB将图形分成左右两部分，左边部分面积是38，右边部分面积是65，那么三角形ADG的面积是多少？



【答案与解析】(图形)根据题设可知，DE=7，EG=15+6=21，

$$S_{\triangle AEG} = 3 S_{\triangle ADE}, \text{ 同理可得 } S_{\triangle BFE} = \frac{5}{4} S_{\triangle BEC}.$$

$$\text{设 } \frac{5}{4} S_{\triangle ADE} = x, \text{ 则 } S_{\triangle AEG} = 3x, S_{\triangle BFE} = \frac{5}{4}(38-x)$$

$$\text{可列方程: } \frac{5}{4}(38-x) + 3x = 65, \text{ 解得: } x = 10$$

所以， $S_{\triangle ADG} = 10 \times (1+3) = 40$ 。

57. 一片牧场，可供17头牛吃30天或19头牛吃24天。现在来了若干头牛吃了6天后，其中有4头牛被宰杀，余下的牛又吃了2天将牧草吃完，那么这批来吃草的牛原来共有多少头？

【答案与解析】(牛吃草)关键是草不是断变化的，是一个变量，但这个变量是匀速变化的，所以是有规律的，我们可以先找到草是按怎样的规律变化的。

假设1头牛1天吃1份的草，

那么17头牛吃30天可以吃 $17 \times 30 \times 1$ 份 $= 510$ 份

19头牛吃24天可以吃 $19 \times 24 \times 1$ 份 $= 456$ 份

为什么会少了 $510 - 456 = 54$ (份)

因为后来只有24天就吃完了，少了6天，

所以每天生长了 $54 \div 6 = 9$ (份)

原来就有 $510 - 9 \times 30 = 240$ (份)

假设4头牛没有被宰杀，那么2天就需要多吃8份的草

但8天新长出了 $8 \times 9 = 72$ (份)的草

所以一共只有 $240 + 72 = 312$ (份)草

这312份草是不够假设的4头牛没有被宰杀的，需要增加8份的草，那么就有

$312 + 8 = 320$ (份)

$320 \div 8 = 40$ (份)

所以需要40头牛

58、把20以内的质数分别填入口中(每个质数只能用一次)，使A为整数，A最大是多少？

$$A = \frac{\square + \square + \square + \square + \square + \square + \square}{\square}$$

【答案与解析】式子中的被除数是7个质数之和，而20以内的质数共8个，先从整体上考虑这8个质数的和，再考虑A与这

8个质数之和有什么关系？由此我们可以得到下面的解答方法。设除数中所填的质数为x，则 $A = (2+3+5+7+11+13+17+19-x) \div x$ $A = (77-x) \div x$ $A = 77 \div x - 1$ 。要使A是整数，x只能是77的因数，故x只能是7或11；

要使A最大，x应该取7，这时A的最大值是10。

59、有三辆车速不同的汽车同时从某一地出发，沿同一公路追赶前面一个骑车人，这三辆车分别用3分钟、5分钟、8分钟的时间追上了骑车人，已知快车每小时行54千米，中速车每小时行39.6千米，求慢车的车速是每小时多少千米？(骑车人的速度不变)

【答案与解析】设小红从家到学校恰好不迟到需要t分钟，则根据题意，得： $120 \times (t-5) = 90 \times (t+3)$ ， $t = 29$ 分钟，则小红家离学校距离： $120 \times (29-5) = 2880$ 米。

60、海峡两岸数学邀请赛组委会给当地某一考区参加比赛的考生安排考场，若每个考场排30名考生，则会有一个考场有26名考生；若每个考场安排26名考生，则会有一个考场有20名考生，并且要比前一种方案多用9个考场，则该地区考场参加考试的考生有多少人？

【答案与解析】若每个考场安排26名考生，多用9个考场可以安排考生 $26 \times 9 = 234$ 名， $234 + 20 - 26 = 228$ 名，因为考生的人数不变，所以若每个考场有30名考生，则需要考场 $228 \div (30 - 26) + 1 = 58$ 个，所以参赛考生有： $(58 - 1) \times 30 + 26 = 1736$ 名。